NOTA: 100

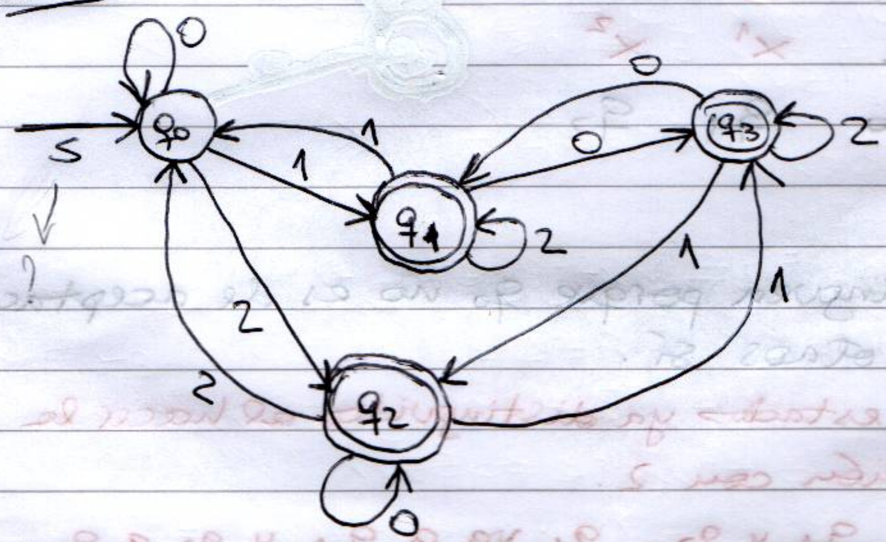
A

EJ1	EJ2	EJ3	EJ4
25	25	25	25

Sebastián Taboh Orden: 2.		1 8/5/17.

① L_1

AFD



q_0: congruente a 0 mód 4.
q_1: congruente a 1 mód 4.
q_2: " " 2 mód 4
q_3: congruente " 3 mód 4

] Estados finales por no ser múltiplos de 4.

¿Cómo se armó el AFD?

- Leer otro número es como shiftear 1 a la izq. (en base 3 es multiplicar por 3), y sumar ese número leído.
- Si estoy en q_1 y leo un 1 significa que tenía congruencia 1 módulo 4, multipliqué por 3 llegando a congruencia 3 mód 4 y finalmente sumé 1, llegando a congruencia 0 mód 4, a q_0.

Uso el table-filling algorithm presentado en el libro Hopcroft.

q_1	X		
q_2	X	X^2	
q_3	X	X^1	X^2
	q_0	q_1	q_2

✓

X = se distinguen porque q_0 no es de aceptación y los otros sí.

X^2 = van a estados ya distinguidos al hacer la transición con 2.

Por ej., q_1 y q_2. q_1 va a q_1 y q_2 a q_0, que fueron distinguidos por X.

X^1 = se distinguen al transicionar con 1.

O sea que hay un bloque para cada estado original. Es decir, un AFD de estados mínimos va a tener 4 estados, uno por cada bloque. Así, el AFD que habíamos dado ya era mínimo. ✓

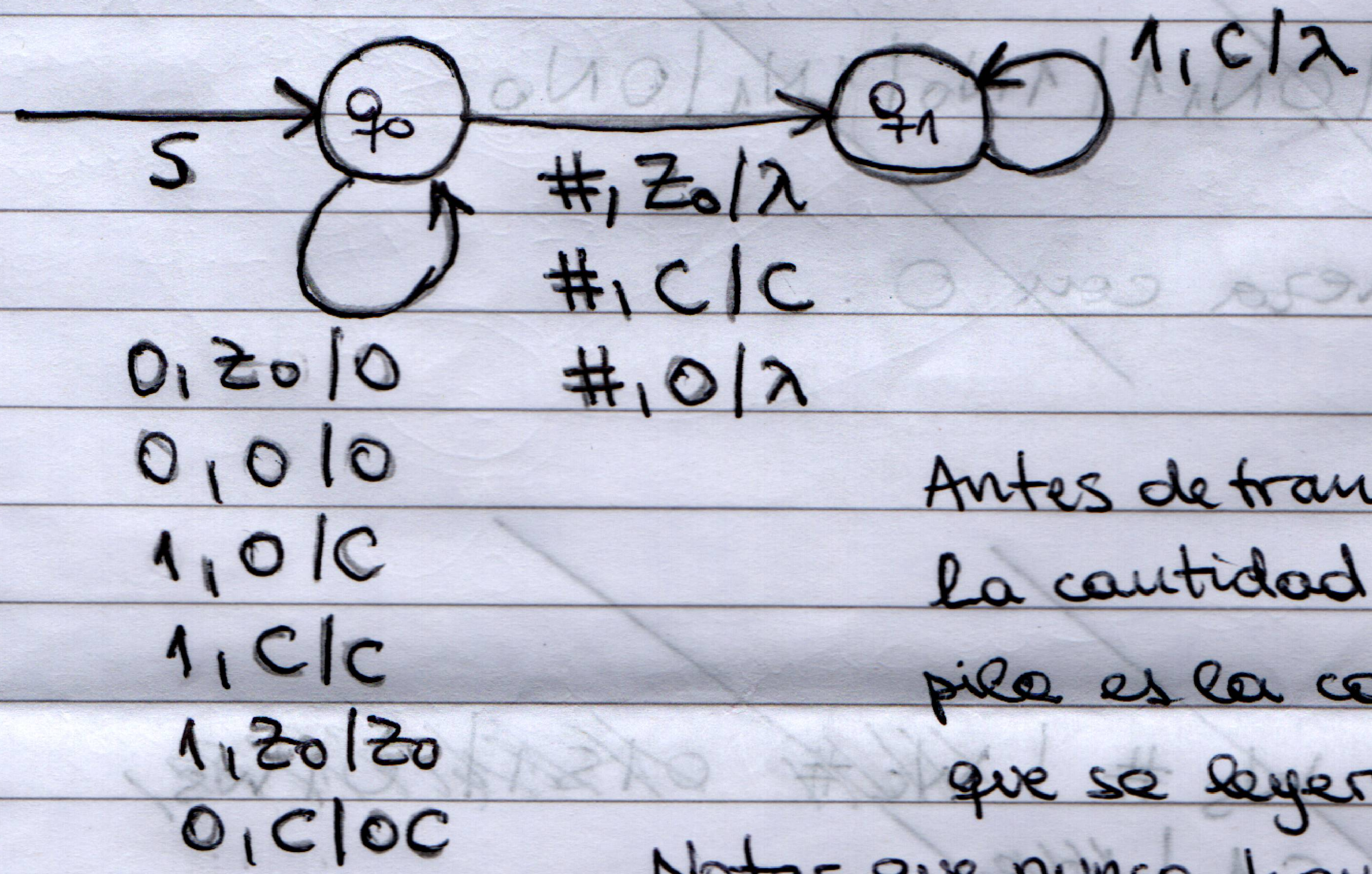
Sebastián Taboh | | 2
Orden 2 | | 8/5/17

25

② $L_2 = \{ w \# 1^i \mid w \in \{0,1\}^* \wedge i = |w|_{01} \}$.

$\Sigma = \{0, 1, \#\}$.

a) $P = \langle \{q_0, q_1\}, \Sigma, \{0, C, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{\} \rangle$.



Antes de transicionar con # la cantidad de Cs en la pila es la cant. de 01s que se leyeron de w.
Notar que nunca hay 1s apilados, y a lo sumo un 0 apilado en todo momento.

Es un autómata por pila vacía.

Más explicación del ② a):

- si se lee un 1 y hay un 0 en la pila se detecta un 01 y se cambia el 0 de la pila por la C.
- si se lee un 1 y hay Z_0 o C en la pila, se deja lo que hay sin cambios.
- si se lee #, Z_0 es que no se apilaron Cs en la pila (por eso hay Z_0). Si se saca el Z_0 se vacía la pila, o sea que la palabra se acepta si no siguen 1s al #.
- El resto sigue estos pensamientos:
  - #, 0 / λ vacía la pila si no había Cs y acepta la palabra si no hay 1s después del # 0 deja una seguidilla de Cs continuas sin otro símbolo en la pila. (una vez que hay C ya no hay Z_0, y si hay Z_0 no hay C en la pila).
  - Así se completó todo.

Sebastián Taboh | orden: 2. | 3 | 8/5/17.

② b)

ER para las cadenas sin 01:

$1^* 0^*$

Gramática:

P:

$S_1 \to \lambda \mid 1 S_1$

$S_0 \to \lambda \mid 0 S_0$

$S \to S_1 S_0 \# \mid S_1 S_0 0 1 S 1$

$S_1 S_0$ da lo equivalente a $1^* 0^*$.

Cada 01 que aparece se "balancea" con un 1 después de la S, que sabemos que terminará en # cuando se convierta a $S_1 S_0 \#$.

La regla $S \to S_1 S_0 \#$ permite que se formen cadenas equivalentes a $1^* 0^* \#$, y son el "caso base" de S.

Además, permiten que 01 y # no estén siempre juntos, como ocurriría en el caso de

$S \to \# \mid S_1 S_0 0 1 S 1$

(No es que cada 01 esté con #, pero # queda con 01 como sus 2 símbolos anteriores).

$G = \langle \{0, 1, \#\}, \{S_0, S_1, S\}, P, S \rangle$.

Corrigió: JM

25

Sebastián Taboh 185/13	Orden: 2.	4 8/5/17.

③ $L_3 = \{a^n b^m c^j d^k \mid n \leq m \leq 3 \wedge 2 \leq j \leq k\}$.

Supongo que es regular. Por el Lema de pumping
$\exists n \in \mathbb{N} \,/\, \forall w_{\in L_3}, (|w| \geq n \Rightarrow \exists x, y, z \,/\, |y| \geq 1, |xy| \leq n,$
$w = xyz,$
$\forall k \geq 0 \; xy^k z \in L_3)$.

Tomo $w = a^2 b^2 c^{n+2} d^{n+2}$, $|w| \geq n$.
$w \in L_3$ pues $2 \leq 2 \leq 3 \wedge 2 \leq n+2 \leq n+2$.
Sean $x, y, z \,/\, |y| \geq 1, |xy| \leq n, w = xyz,$
$\forall k \geq 0 \; xy^k z \in L_3$.
~~Tomo k = 2.~~
Como $|xy| \leq n$, $|y| \geq 1$, sé que y contiene al menos un símbolo, y que sólo puede contener a, b o cs.
Tomo $k = 4$ y voy a mostrar que $xy^k z \notin L_3$, ~~Si contiene~~ llegando a un absurdo proveniente de suponer que L_3 era regular.

- Si $|y|_a \geq 1$ entonces $|xy^k z|_a \geq |y^k|_a \geq k|y|_a \geq k = 4$

  O sea, no se cumple $|xy^k z|_a \leq 3$. $(xy^k z \notin L_3)$.

- Si $|y|_b \geq 1$ entonces

  $$|xy^k z|_b \geq |y^k|_b \geq k|y|_b \geq k = 4$$

  O sea, no se cumple $|xy^k z|_b \leq 3$.
  $(xy^k z \notin L_3)$.

- Si $|y|_c \geq 1$ entonces

$$|xy^kz|_c = \left((n+2) - |y|_c\right) + |y^k|_c$$

$$= \left((n+2) - |y|_c\right) + k\,|y|_c$$

$$= (n+2) + (k-1)\,|y|_c$$

$$= (n+2) + 3\,|y|_c$$

$$\geq (n+2) + 3 \cdot 1 = n+5.$$

Como $|y|_d = 0$, $|xy^iz|_d = |xyz|_d = n+2$ $\forall\, i \geq 0$.

En particular, para $i = 4$ vale

$$|xy^kz|_c \geq n+5$$

y no vale $|xy^kz|_c \leq |xy^kz|_d = n+2$.

Así, $xy^kz \notin L_3$.

O sea que independientemente de quiénes sean x, y, z mientras que valga $w = xyz$, $|xy| \leq n$, $|y| \geq 1$ se obtiene que no para todo $k \geq 0$ vale $xy^kz \in L_3$, para $k = 4$ no, por ejemplo.
Así, L_3 no es regular.

Nota: $k = 3$ ya funcionaba pero hacía las cuentas ligeramente más difícil para $|y|_a \geq 1$ y $|y|_b \geq 1$.

[Con $c^{p+1} d^{p+1}$ te ahorrabas algunos casos]

Sebastián Taboh Orden: 2 | S. 8/5/17.

④ $\{(a^i, b^j) \mid 3i < 2j\}$.

No va a ser determinístico:

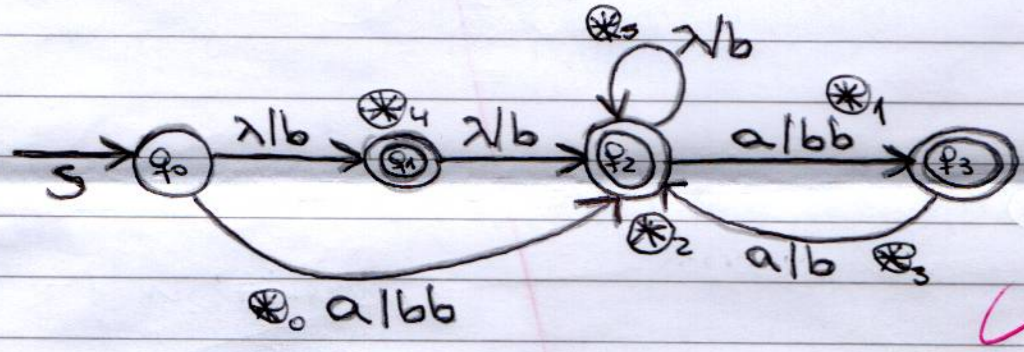
$a^2 \rightarrow b^j$ con $j \geq 4$. $+1$ — $2 \rightarrow 3$ pasa a ser impar.

$a^3 \rightarrow b^j$ con $j \geq 5$. $+2$ — $3 \rightarrow 4$ pasa a ser par.

$a^4 \rightarrow b^j$ con $j \geq 7$. $+1$

$a^5 \rightarrow b^j$ con $j \geq 8$ $+2$

$a^6 \rightarrow b^j$ con $j \geq 10$



$\lambda = a^0 \longrightarrow b^j$ con $j \geq 1$.

$a^1 \longrightarrow b^j$ con $j \geq 2$. $\rightarrow$ este caso es ⊛$_0$

⊛$_1$: la cantidad de as pasa a ser par, sumo 2 bs.

⊛$_2$: cantidad de as es impar — Depende de cómo hayas ido de q_0 a q_2

⊛$_3$: " " " pasa a ser impar, sumo 1 b.

⊛$_4$: para poder aceptar λ.

~~A q_1 le sigue q_2 a través de λ/b para asegurarse de que en q_2 ya haya 2 bs (que la primera~~

⊛$_5$: para que la cant. de bs no esté acotada.

Nota: El estado q_1 ~~puede ser~~ es innecesario, la transición sería $q_0 \xrightarrow{\lambda/b} q_2$ ~~en ese caso~~ y ⊛$_4$ correspondería a esa transición.